# Ecoulement de l'électricité

# & analogie hydraulique

**Eric Bringuier,** ***Matériaux et Phénomènes Quantiques*** [1]

***Encyclopédie*** (dir. Denis Diderot et Jean le Rond d'Alembert, 1751-1766)

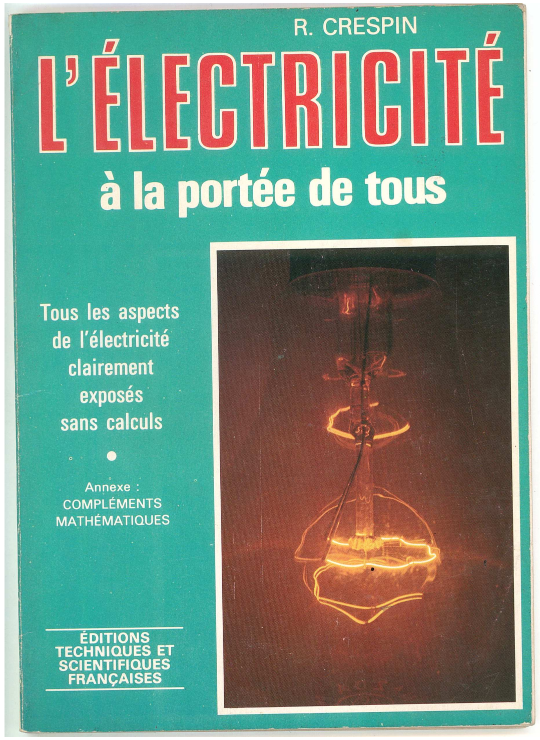
ELECTRICITE, s. f. (*Physique*.) ce mot signifie en général, les effets d'**une matière très fluide & très subtile**, différente par ses propriétés, de toutes les autres matières fluides que nous connoissons...

[1] Bringuier 2019, The Boltzmann equation and relaxation-time approximation for electron transport in solids, *Eur. J. Phys.* **40** 025103

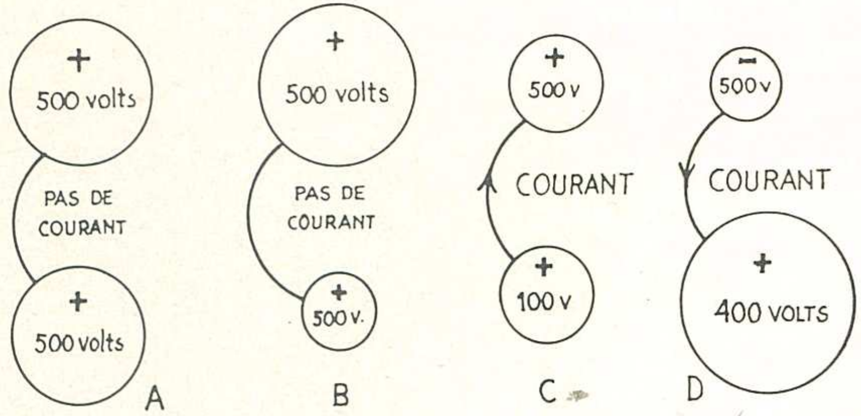
***Analogie hydraulique*** : le **fluide électrique** coule des hautes → basses pressions ;

la ***chute de pression*** ≈ ***tension électrique*** comptée en *volt*.

Roger Crespin, ETSF (5e éd. 1985) p. 26




Je vous présente deux réservoirs, l'un plein d'air sous pression, l'autre où on a fait le vide (fig. 31). Si je les réunis par un tuyau, l'air sous pression se précipite pour combler le vide, il passe un *courant d'air* qui dure peu si le tuyau est large et si les réservoirs ne sont pas trop grands. Il s'arrête quand les pressions se sont égalisées dans les deux réservoirs.



Retrouver **l'image hydraulique** dans la **description semi-quantique ?**

Dans un solide cristallin les électrons de conduction occupent des états de Bloch $|\mathbf{p}\rangle$

i) de vitesse moyenne $\mathbf{v}_g = \partial E/\partial \mathbf{p}$ ;

ii) d'occupation (population) $f$ comprise entre 0 et 1.

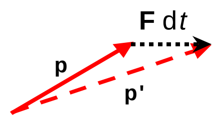
**Comptabilité des populations** d'états dans le temps et l'espace :

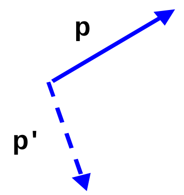
équation cinétique de Boltzmann + Lorentz (1905) + Bloch, Sommerfeld (1928)

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_g(\mathbf{p})\cdot\nabla\right] f = -\mathbf{F}(\mathbf{r})\cdot\left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}}\right) + Sc\{f\}$$

force électrique appliquée

collisions sur le réseau $\mathbf{p} \rightleftarrows \mathbf{p}' \neq \mathbf{p}$



***Densité de courant électronique*** $\approx$ moyenne des vitesses / $m^3$,

$$\mathbf{j}_N = \frac{2}{\text{volume}} \sum_{ZB} \mathbf{v}_g(\mathbf{p})\, f(\mathbf{p}) \approx \iiint_{ZB} \frac{2\, d^3\mathbf{p}}{h^3} \mathbf{v}_g(\mathbf{p})\, f(\mathbf{p}).$$

Pour déterminer l'évolution de $\mathbf{j}_N$, on forme une « Maxwell's equation of change » (1867) [« équation de transfert » selon Yves Rocard, *Thermodynamique*] :

$$\frac{\partial \mathbf{j}_N}{\partial t} + \nabla\left(\tfrac{1}{3} n \langle v_g{}^2 \rangle\right) = \left(\frac{\partial \mathbf{j}_N}{\partial t}\right)_{\mathbf{force}} + \left(\frac{\partial \mathbf{j}_N}{\partial t}\right)_{\mathbf{coll}},$$

où $\left(\frac{\partial \mathbf{j}_N}{\partial t}\right)_{\mathbf{force}} = n \frac{\mathbf{F}}{m^*}$ est la contribution de la force, si $E(\mathbf{p}) = E_c + (\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)^2/2m^*$ ;

$\left(\frac{\partial \mathbf{j}_N}{\partial t}\right)_{\mathbf{coll}} = \iiint_{ZB} \frac{2\, d^3\mathbf{p}}{h^3} Sc\{f\}\, \mathbf{v}_g(\mathbf{p})$ est la contribution des collisions sur le réseau ;

& apparaît aussi la pression $p = \frac{1}{3} n m^* \langle v_g{}^2 \rangle$ d'un gaz de particules de masse $m^*$ et densité volumique $n$.

Envisageons l'effet des collisions comme un **frottement fluide** :

$$\left(\frac{\partial \mathbf{j}_N}{\partial t}\right)_{\mathbf{coll}} \stackrel{?}{=} -\frac{\mathbf{j}_N}{\tau_\mathbf{j}} \quad \text{où} \quad \frac{1}{\tau_\mathbf{j}} = \text{taux de relaxation du courant}$$

si l'action des collisions n'est pas biaisée.

Donc, en régime stationnaire, $\mathbf{j}_{\mathrm{N}} = \dfrac{\tau_{\mathbf{j}}}{m^*}\left(-\nabla p + n\mathbf{F}\right)$.

Le **gradient de pression** renvoie à **l'analogie hydraulique** ; ***CQFD*** **??** Ce gradient **coagit** avec la **force électrique** volumique. On les réunit en une seule entité quand le gaz électronique est à l'**équilibre thermique** à la température $T$ du réseau hébergeant le gaz :

- la pression est liée au **potentiel chimique** $g$ du gaz par la relation de Gibbs-Duhem :

$$\mathrm{d}p = n(\mathrm{d}g + s\,\mathrm{d}T) \quad \Rightarrow \quad \nabla p = n\,\nabla g \quad \text{à température homogène ;}$$

- la force $\mathbf{F} = \nabla(-\overline{e}V)$ dérive du potentiel électrique $V$ compté en volt ($\overline{e}$ = charge électronique). Ainsi,

$$\mathbf{j}_{\mathrm{N}} = \frac{\tau_{\mathbf{j}}}{m^*}\, n\,\nabla(-\tilde{\boldsymbol{g}}),$$

où $\tilde{\boldsymbol{g}} = g + \overline{e}V$ = **potentiel électrochimique**. La ***tension électrique*** mesurée par un **voltmètre** est la différence des valeurs de $\tilde{\boldsymbol{g}}/\overline{e}$ en deux points d'un conducteur.

**Alessandro Volta** a compris que la « force motrice de l'électricité » dans un conducteur a un **côté *non* électrique**, $\nabla(-g)$, en sus du côté électrique, $\nabla(-\overline{e}V)$. L'idée de Volta n'a ***pas toujours été comprise par la postérité***, notamment ***Maxwell*** :

⇊

## Electromotive force : Volta's forgotten concept

*American Journal of Physics* **48** (1980) 405-408

Robert N. Varney • 4156 Maybell Way, Palo Alto, California 94306
Leon H. Fisher • California State University at Hayward, Hayward, California 94542

### Résumé

The concept of electromotive force (e.m.f) as first presented by Volta seems to be all but forgotten. Introduction of the term often occurs without any definition at all and is often confused with electrostatic potential difference. When a formal definition is given, it is usually neither in accord with Volta's original idea nor conceptually useful or comprehensible. We emphasize **Volta's use of the term to describe non-electrostatic action on charges**. The relationship of e.m.f's to electrostatic potential differences is presented through the introduction of **electrostatic and non-electrostatic fields** (as was described by Abraham in 1904). **A failure to note a distinction between these types of fields mars some highly important works including J.C. Maxwell's**.

### En conclusion :

La **force motrice de l'électricité** a un **côté clair** électrique et un **côté obscur (al)chimique**.
L'unité de tension électrique rend hommage à Volta.